集計の効果についての数理経済学の問題(非線形解析学と数理経済学の研究)

山崎, 昭

数理解析研究所講究録
829 巻 1993 年 134-151

集計の効果についての数理経済学の問題

一橋大学経済学部　山崎　昭
(Akira Yamazaki)

1. イントロダクション

$(A, \mathcal{A}, \nu)$ を測度空間，R^ℓ を ℓ 次元ユークリッド空間とする．対応（集合値関数）$\varphi: A \to R^\ell$ のグラフが $A \times R^\ell$ の可測集合であるとき，φ は可測であるという．可測対応 $\varphi: A \to R^\ell$ に対し，$g(a) \in \varphi(a)$ a.e. を満たす可測写像 $g: A \to R^\ell$ を φ の可測選択とよぶ．可測対応 φ の積分 $\int \varphi\, d\nu$（$\int \varphi\, da$，$\int \varphi$ 等とも書く）は，φ の可測選択の積分からなる集合として定義される．

P は R^ℓ の部分集合，$f: A \times P \to R^\ell$ は対応で，各 $p \in P$ に対し，$f(\cdot, p): A \to R^\ell$ は可測対応になるものとする．

$$\Phi(p) \equiv \int f(a,p)\, d\nu \quad , \ p \in P,$$

と定めるとき，どのような ν に対して

(i) 対応 Φ は「集合値」ではなく「通常の」写像（つまり，$\Phi(p)$ は常に一価（singleton））となるか

(ii) 対応Φは連続写像になるか

(iii) 対応ΦはC^r $(r \geqq 1)$級の写像になるか

などの問題が，概略的に述べた「集計の効果」の問題である．測度空間A上の確率分布νを考えることから，分布νの「拡散(disperse)」による「スムージング効果」，「正規化(regularizing)効果」ともよばれる．

スムージング効果を示す極く簡単な例を挙げておこう．

○例（スムージング効果の例）

$A=[0,1]$，$P=[0,1]$，νはA上の一様分布とし，$f: A \times P \to R$ は

$$f(a,p)=\begin{cases} 0, & p>1-a \\ 1, & p \leqq 1-a \end{cases}$$

によって与えられるものとする．$f(a,p)$は消費者aのある財に関する需要量が財の価格pにどのように依存するかを示している．このとき経済全体の総需要（平均需要）は

$$\Phi(p) \equiv \int f(a,p)\,da$$

で与えられる．どの消費者$a \in A$をとってみても彼女の需要$f(a,p)$は価格pの関数として，連続関数ではない．しかし，νが一様分布であることから，不連続点が拡散され，全体としてはΦは連続関数であり，かつC^∞級になっている．さら

に，この例の面白い点は，任意の価格 p において関数 $f(a,\cdot)$ は消費者の測度零集合を除いて可微分であり，$\frac{\partial}{\partial p}f(a,p)=0$ となるのに対し，Φ は C^∞ 級で $\frac{d}{dp}\Phi(p)=-1$ がすべての $p\in P$ について成立しており，

$$\frac{d}{dp}\Phi(p) \neq \int \frac{\partial}{\partial p}f(a,p)\,da$$

となることである．

2．均衡理論の基本的モデル

$\ell>0$ を財の種類の数を表わす整数とする．このとき R^ℓ を財空間とよぶ．R^ℓ_{++} は R^ℓ のベクトルの中で各座標が厳密に正となるものの集合を表わし，R^ℓ_+ は各座標が非負であるようなベクトルからなる集合とする．R^ℓ の双対空間も R^ℓ と書き，R^ℓ の元 x を財ベクトルとよぶが，双対空間と見なしたときの元 $p\in R^\ell$ は，価格ベクトルとよぶ．また，$p, x\in R^\ell$ の内積を $p\cdot x$ と書く．

R^ℓ_+ の非空な閉集合 X を消費集合とよぶ．$X\times X$ の非空な閉集合 $\succsim$ を選好関係といい，$(x,y)\in\succsim$ を $x\succsim y$ と書く．これを「x は y よりも好ましいか無差別である」と読む．

選好関係 $\succsim$ に対し，財ベクトル $e\in R^\ell_+$ と価格ベクトル $p\in R^\ell_{++}$ が与えられるとき，集合

$$B(\succsim,e,p)\equiv\{x\in X \mid p\cdot x\leq p\cdot e\}$$

を $(\succsim,e,p)$ の予算集合といい，集合

$$D(\succsim, e, p) \equiv \{x \in B(\succsim, e, p) \mid (\forall z \in B(\succsim, e, p))\ z \not\succ x\}$$

を $(\succsim, e, p)$ の<u>需要集合</u>とよぶ．（ここで，$\succ \subset X \times X$ は $x \succ y \Leftrightarrow (x, y) \in \succsim \ \& \ (y, x) \notin \succsim$ によって定義される．$(x, y) \notin \succ$ を $x \not\succ y$ と書く．）

反射性を満たす選好関係 $\succsim$（つまり，$(\forall x \in X)\ x \succsim x$）の中で，任意の $e \in X$ と $p \in R^{\ell}_{++}$ に対して $D(\succsim, e, p) \neq \emptyset$ となるような選好関係 $\succsim \subset X \times X$ 全体からなる集合を $\mathcal{P}$ と書く．$\mathcal{P}$ は<u>選好関係の普遍集合</u>である．$\mathcal{P}$ は Kuratowski の閉収束位相により，コンパクト距離化可能空間となる．この位相により選好関係の列 $(\succsim_n)$ が $\succsim$ に収束することと $Li(\succsim_n) = \succsim = Ls(\succsim_n)$ が成立することとが同値である．ここで Li は集合列の位相的下極限，Ls は位相的上極限を表わす．

空間 $\mathcal{P} \times R^{\ell}_{+}$ には $\mathcal{P}$ の位相と R^{ℓ}_{+} の<u>通常の位相の</u>積位相を付与し，<u>消費特性空間</u>とよぶ．$(\succsim, e) \in \mathcal{P} \times R^{\ell}_{+}$ はある消費者の嗜好 $\succsim$ と予め保有している各種の財の数量を示すベクトル（これを<u>初期保有量</u>という）e からなっている．

① <u>分布経済</u>（distribution economies）

上記の基本的諸概念を用いて，理論的分析の対象となる経

済を表現する．経済の表現の仕方には2通りの方法・視点がある．1つは，個々の経済構成員のアイデンティティーには注目せず，経済全体としてどのような特徴を持つ人々から構成されているかを見るという「マクロ的」視点である．今1つは，構成員のアイデンティティーを切り捨てずに誰がどのような特徴を持っているかを見るという「ミクロ的」視点である．

まず，マクロ的視点からの経済の表現を考える．種々の嗜好や初期保有量を持った人々が経済全体の中にどのように散らばっているかを示すことによって経済を表わすことになるから，これは消費特性空間 $\mathcal{P}\times R^{l}_{+}$ 上の確率分布によって経済を表現することに帰着する．

$\mathcal{P}$ はコンパクト距離化可能空間であったから，$\mathcal{P}\times R^{l}_{+}$ は Polish 空間である．そこで，$\mathcal{M}(\mathcal{P}\times R^{l}_{+})$ で消費特性空間 $\mathcal{P}\times R^{l}_{+}$ 上のボレル確率測度全体からなる集合を表わし，$\mathcal{M}(\mathcal{P}\times R^{l}_{+})$ 上の位相を以下のように測度の弱収束と総初期保有量の収束によって定義する．つまり，$\mu, \mu_n \in \mathcal{M}(\mathcal{P}\times R^{l}_{+})$，$n=1,2,\dots$，とするとき，$\mu_n \to \mu$ を次の(i)および(ii)の条件によって定める．

(i) 任意の有界連続関数 $f: \mathcal{P}\times R^{l}_{+} \to R$ に対し

$$\int f\,d\mu_n \longrightarrow \int f\,d\mu$$

が成立する．

(ii) pr_e を射影 $(\succsim, e) \mapsto e$ とするとき，

$$\int pr_e \, d\mu_n \longrightarrow \int pr_e \, d\mu$$

が成立する．

$\mathcal{P} \times R_+^\ell$ 上の確率分布 $\mu \in \mathcal{M}(\mathcal{P} \times R_+^\ell)$ が

$$\int pr_e \, d\mu < \infty$$

であるとき，μ を分布経済 (a distribution economy) とよぶ．

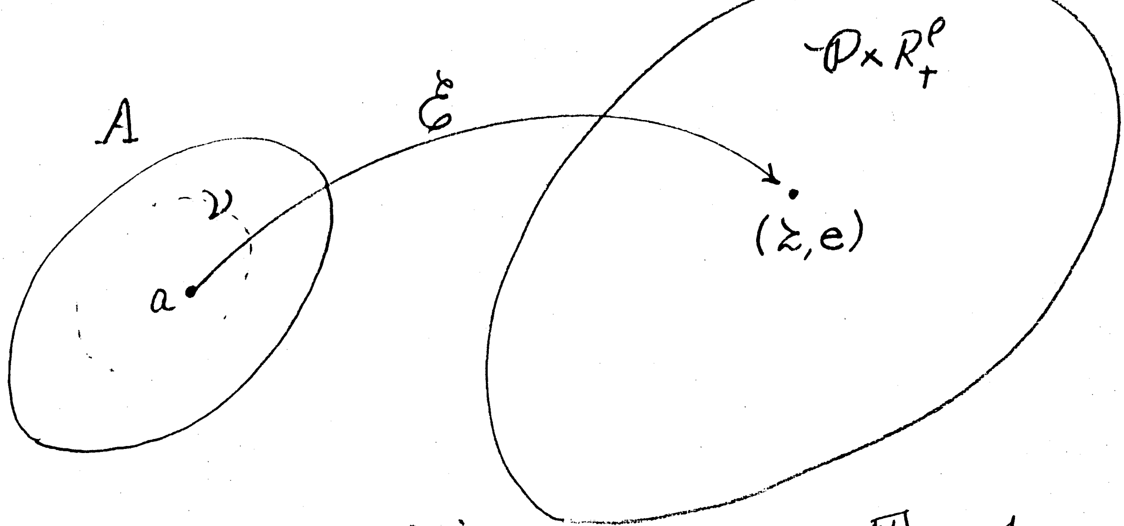
② パラメトリック経済 (parametric economies)

A を m 次元ユークリッド空間の開集合とする．A をパラメーター空間とよび，消費特性空間 $\mathcal{P} \times R_+^\ell$ の部分集合の各点 $(\succsim, e)$ に「名前」を付与するために用いる．

写像 $\mathcal{E}: A \longrightarrow \mathcal{P} \times R_+^\ell$ に対し，$\mathcal{E}(a) = (\mathcal{E}_1(a), \mathcal{E}_2(a))$，$a \in A$ と書く．可測な写像 $\mathcal{E} = (\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2): A \longrightarrow \mathcal{P} \times R_+^\ell$ と A 上のボレル測度 ν からなる順序対 $(\mathcal{E}, \nu)$ が

$$\int \mathcal{E}_2 \, d\nu < \infty$$

を満たすとき，$(\mathcal{E}, \nu)$ をパラメトリック経済 (a parametric economy) とよぶ．パラメトリック経済においては，「パラメーター」$a \in A$ を個々の経済主体のアイデンティティーと見てもよいし，消費特性 $(\succsim, e) \in \mathcal{P} \times R^{\ell}_{+}$ の名称と考えることもできる．



パラメトリック経済　　　　図 1

パラメトリック経済 $(\mathcal{E}, \nu)$ が与えられたとき，測度 ν の $\mathcal{E}$ による像測度 $\nu \circ \mathcal{E}^{-1}$ を経済 $\mathcal{E}$ の選好・初期保有量分布 (the preference-endowment distribution of $\mathcal{E}$) とよぶ．議論の対象となっているパトメトリック経済 $(\mathcal{E}, \nu)$ が明かな場合，選好・初期保有量分布を $\mu_{\succsim, e}$ と書くことにする．選好・初期保有量分布 $\mu_{\succsim, e}$ の2つの周辺分布を $\mu_{\succsim}$, μ_e と書き，それぞれ経済 $\mathcal{E}$ の選好分布 (the preference distribution)，初期保有量分布 (the endowment distribution）とよぶ．つまり，

$$\mu_{\succsim} \equiv \mu_{\succsim,e} \circ \mathcal{E}_1^{-1}$$
$$\mu_e \equiv \mu_{\succsim,e} \circ \mathcal{E}_2^{-1}$$

である．

③ 経済の総需要

消費特性 $(\succsim, e) \in \mathcal{P} \times R^\ell_+$ と価格ベクトル $p \in R^\ell_{++}$ が与えられたとき，需要集合 $D(\succsim, e, p)$ は，選好が $\succsim$ で表わされた消費者が，市場において予め $e \in R^\ell_+$ だけの各種の財を保有しているならば，市場における各種の財の取引価格がベクトル p で与えられたときに，最終的にいかなる財ベクトルを消費することを最も好ましいと考えて財の消費量を決定するかを示している．$x \in D(\succsim, e, p)$ はこの消費者の各種の財に対する需要量を示すベクトルである．

パラメトリック経済 $(\mathcal{E}, \nu)$ の場合，その総需要（平均需要ともいう）$\Phi_{\mathcal{E},\nu} : R^\ell_{++} \longrightarrow R^\ell$ を

$$\Phi_{\mathcal{E},\nu}(p) \equiv \int_A D(\mathcal{E}(a), p)\, d\nu \quad , p \in R^\ell_{++}$$

によって定義する．

また，分布経済 $\mu \in \mathcal{M}(\mathcal{P} \times R^\ell_+)$ の場合は，その総需要 $\Phi_\mu : R^\ell_{++} \longrightarrow R^\ell$ を

$$\Phi_\mu(p) \equiv \int_{\mathcal{P}\times R^\ell_+} D(\succsim, e, p)\, d\mu \ , \quad p \in R^\ell_{++}$$

により定義する.

3. パラメトリック・アプローチ

パラメトリック・アプローチでは,経済をパラメトリック経済($\mathcal{E}$, ν)によって表現し,集計による「正規化効果」が生み出されるような経済環境(十分条件)を見い出すことがその目標となる.

① 初期保有量分布の拡散性と総需要の連続性

一般に φ を位相空間 S から T への対応とするとき,任意の $x \in S$ および集合 $\varphi(x)$ を含む任意の開集合 U に対し,x の近傍 V で,すべての $z \in V$ について $\varphi(z) \subset V$ を満たすものが存在するならば,φ は上半連続であるという.φ が上半連続であり,かつ $\varphi(x)$ がすべての $x \in S$ について一意的($\varphi(x)$ の元が一意的)であれば,φ は当然連続写像である.

需要対応 $D(\succsim, e, \cdot): R^\ell_{++} \to R^\ell$ に関しては,例えば,$X = R^\ell_+$ かつ $\inf\{p\cdot x \mid x \in X\} < p\cdot e$ であれば,$D(\succsim, e, \cdot)$ は上半連続になることが容易に示される.し

たがって，このような条件の下では，経済の総需要 $\Phi_{\mathcal{E},\nu}$ も上半連続となることが示される．しかし一般に消費集合が凸集合では無い場合，需要対応 $D(\succsim, e, \cdot)$ は上半連続性を持たない可能性がある．

○例（上半連続性を欠く例）

$X = R_+ \times \{0, 1, 2, \dots\}$, $\succsim = \{(x, y) \in X \times X \mid x_1^2 + x_2^2 \geq y_1^2 + y_2^2\}$,

$e = (4, 4)$ とする．このとき，$D(\succsim, e, \cdot)$ は $p_1 = p_2$ となる価格ベクトル p において上半連続性を欠く．

このような個々人の需要対応が上半連続性を失うような不連続点は，消費集合 X に対して消費者の初期保有量 e が特異な位置を占める時に限られる．事実，そのような特異点の集合は R^ℓ における超平面の可算個の和集合に含まれることを示しうる．

そこで，価格ベクトル $p \in R^\ell_{++}$ を R^ℓ 上の線型汎関数 $x \mapsto p(x) = p \cdot x$ と見て，μ_{pe} を初期保有分布 μ_e の p による像測度（つまり，$\mu_{pe} \equiv \mu_e \circ p^{-1}$）とする．$\mu_{pe}$ を初期保有量分布 μ_e が生成する富分布（wealth distribution）とよぶ．任意の $b \in R$ および $p \in R^\ell_{++}$ に対し，

$$\mu_{pe}(\{b\}) = 0$$

が成立するならば，初期保有量分布 μ_e は拡散的（dispersed）

であるという.

定理１．パラメトリック経済 $(\mathcal{E},\nu)$ の初期保有量分布が拡散的であるならば，経済の総需要 $\Phi_{\mathcal{E},\nu}: R^{\ell}_{++} \longrightarrow R^{\ell}$ のグラフは閉集合であり，$\Phi_{\mathcal{E},\nu}$ は上半連続である．

② 選好分布と総需要の一意性

任意の消費特性 $(\succsim, e) \in \mathcal{P} \times R^{\ell}_{+}$ に対し，一般に需要集合 $D(\succsim, e, p)$ に属する元が一意的である必然性は無い．そこで次に経済の総需要が各 $p \in R^{\ell}_{++}$ において一意性を持つような集計の効果は，どのような選好・初期保有量分布 $\mu_{\succsim,e}$ によって生み出され得るかを考えてみる．

選好関係 $\succsim$ に対し，無差別関係 $\sim$ を次のように定める．

$$x \sim y \iff x \succsim y \ \& \ y \succsim x \ .$$

無差別関係 $\sim$ に対し，集合 $\{ y \in X \mid y \sim x \}$ を $(x$ を通る$)$ 無差別「曲線」とよぶ．

総需要の一意性を得るには，初期保有量分布の拡散性のみでは十分ではない例を示そう．

選好関係 $\succsim$ は図２の無差別曲線によって与えられるものとし，経済 $(\mathcal{E},\nu)$ の分布は $\mathrm{supp}[\mu_{\succsim}] = \{\succsim\}$，$\mathrm{supp}[\mu_e] = [e_{\mathrm{I}}, e_{\mathrm{II}}]$，$\mu_e$ は $[e_{\mathrm{I}}, e_{\mathrm{II}}]$ 上の一様分布となるものとすれば，図２の価格ベクトル p に対し，

総需要 $\Phi_{\mathcal{E},\nu}(p)$ は一意的ではない。

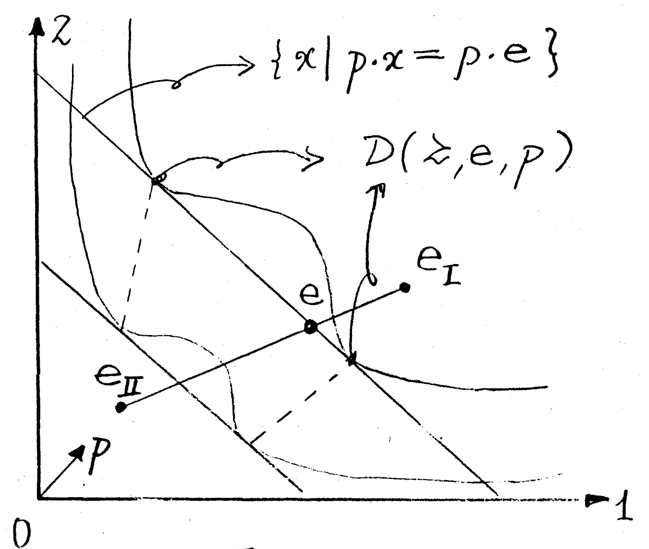


図　2

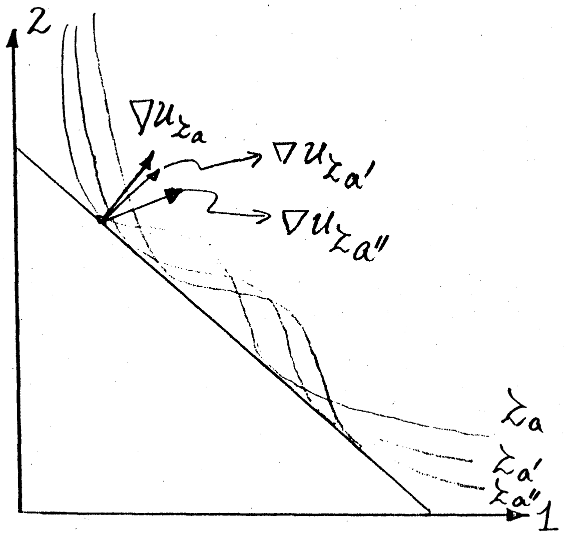


図　3

初期保有量分布の拡散性のみでは総需要の一意性が保証されないとすれば，選好関係の拡散性による集計の効果を考慮せざるを得ない．最も直観的な形の嗜好の拡散性を考えてみよう．選好関係 $\succsim$ に対し，実数値関数 $u_{\succsim} : X \to R$ が

$$x \succsim y \iff u_{\succsim}(x) \geq u_{\succsim}(y)$$

を満たすとき，$u_{\succsim}$ を $\succsim$ の効用関数という．$u_{\succsim}$ が可微分であるとき，$\nabla u_{\succsim}(x)$ を $u_{\succsim}$ の（x における）限界代替率という．経済学的に見ると単純明快な「嗜好の拡散性」は，いかなる $x \in X$ においても限界代替率 $\nabla u_{\succsim}(x)$ が「拡散」しているということになるが，図3の例が示すように，グラディエント・ベクトル $\nabla u_{\succsim}(x)$ の拡散性のみでは，総需要が一意性を持つような集計の効果は期待できない．

4. 選好分布の拡散性

個人の需要を集計して経済全体の総需要を得るときに上半連続性以上の「スムージング」効果・正規化効果が生じるためには，選好分布の適切な拡散性が必要となることを図2と図3の例は示している．そこで次に総需要の一意性を保証するような選好分布の拡散性概念を3種類紹介する．

① 可微分拡散性

任意の選好関係 $\succsim \in \mathcal{P}$ に対し，連続な実数値関数 $g_{\succsim}: X \times X \to R$ で $g_{\succsim}(x,y) \geq 0 \Leftrightarrow x \succsim y$ を満たすものが常に存在する．例えば，$\succsim$ の効用関数 $u_{\succsim}$ が存在する場合は $g_{\succsim}(x,y) = u_{\succsim}(x) - u_{\succsim}(y)$ をとればよいし，効用関数が存在しない場合は，$g_{\succsim}(x,y) = dist\,[(x,y),\ X \times X \setminus \succsim]$ をとればよい．このような実数値関数のパラメトリゼーションの可微分性を用いて適切な拡散性を定義することができる．

定義1．パラメトリック経済 $(\mathcal{E}, \nu)$ が与えられたとき，$(\forall a \in A)\ G(a,x,y) = g_{\succsim_a}(x,y)$ $\quad (\succsim_a = \mathcal{E}_1(a))$ によって定義される実数値関数 $G: A \times X \times X \to R$ が，以下の(1)〜(3)の諸条件を満たすならば，選好分布 $\mu_{\succsim}$ は可微分拡散的であるという．

(1) G は連続であり，すべての $i \in \{1, \ldots, m\}$，

$a=(a_1,\ldots,a_m)\in A$, $x,y\in X$, $x\neq y$, に対して

$D_{a_i}G(a,x,y)$ が存在し, a と (x,y) に関して連続.

(2) A 上のルベーグ測度 λ に対し, $\nu\ll\lambda$.

(3) $\nabla_a G(a,x,y)\equiv(D_{a_1}G(a,x,y),\ldots,D_{a_m}G(a,x,y))$

とするとき, $G(a,x,y)=0$, $x\neq y$, となる任意の $x,y\in X$ に対し, $\nabla_a G(a,x,y)\neq 0$.

② 局所線型拡散性

選好分布の可微分拡散性の定義において, G の連続性はパラメーターによる選好のネーミングの連続性の要請であり, $\nu\ll\lambda$ は, パラメーター分布の拡散性を示している. (3)の条件は, パラメーターを動かしたときに, 選好関係がどのように変化するかを, 関数 G によるパラメトリゼーションのグラディエント・ベクトルで表現したものであり, 「Sondermann の条件」とよばれている. (3)の条件をパラメーターに関するグラディエント・ベクトルを使用せずに表現したのが, 次の局所線型拡散性の概念である.

定義 2. パラメトリック経済 $(\mathcal{E},\nu)$ が以下の (1)〜(4) の諸条件を満たすとき, 選好分布 $\mu_{\succsim}$ は局所線型拡散的であるという.

(1) $\mathcal{E}_1: a\mapsto\succsim_a$ は連続である.

(2) $\nu \ll \lambda$.

(3) 任意の $x, y \in X$, $x \neq y$, $\bar{a} \in A$, $\bar{a}$ の任意の近傍 $N_{\bar{a}} \subset A$ に対し, $x \not\succsim_a y$ を満たす $a \in N_{\bar{a}}$ が存在する.

(4) $]\underline{a}, \bar{a}[\subset A$ となる任意の $\underline{a}, \bar{a} \in A$ に対し, $a \in]\underline{a}, \bar{a}[$ ならば $\succsim_a \in [\succsim_{\underline{a}}, \succsim_{\bar{a}}]$ となる. ここで, $\succsim_a \in [\succsim_{\underline{a}}, \succsim_{\bar{a}}]$ の意味は, $\succsim_a$ が

(i) $\succsim_{\underline{a}} \cap \succsim_{\bar{a}} \subset \succsim_a$,

(ii) $\succsim_a \subset \succsim_{\underline{a}} \cup \succsim_{\bar{a}}$,

(iii) $(\sim_{\underline{a}} \cap \succ_{\bar{a}}) \cup (\succ_{\underline{a}} \cap \sim_{\bar{a}}) \subset \succ_a$

の3条件を満たすことである.

③ 横断的拡散性

上記の条件(4)は, パラメーターが線分上を動くとき, それに伴い選好関係がどのような変化をするべきかを示している. 条件(4)を満たす選好関係のパラメトリゼーションのエッセンスだけを要請するのが, 次の横断的拡散性である.

定義3. パラメトリック経済 $(\mathcal{E}, \nu)$ が以下の(1)~(3)の諸条件を満たすとき, 選好分布 $\mu_{\succsim}$ は横断的拡散性を持つという.

(1) $\mathcal{E}_1: a \mapsto \succsim_a$ は連続である.

(2) $\nu \ll \lambda$.

(3) 任意の $\bar{x}, \bar{y} \in X$, $\bar{x} \neq \bar{y}$, と $\bar{a} \in A$ に対し, $\bar{a}$, $\bar{x}$, $\bar{y}$ それぞれの近傍 $U_{\bar{a}}$, $V_{\bar{x}}$, $V_{\bar{y}}$ と R^m のベクトル $q \neq 0$ で次の性質を持つものが存在する. つまり, 任意の $a \in U_{\bar{a}}$, $x \in V_{\bar{x}}$, $y \in V_{\bar{y}}$ に対し, 2つの集合

$$\{a' \in (L_q + a) \cap U_{\bar{a}} \mid x \succ_{a'} y\} \text{ と}$$
$$\{a' \in (L_q + a) \cap U_{\bar{a}} \mid y \succ_{a'} x\}$$

は共に非空で, その和集合は区間 $(L_q + a) \cap U_{\bar{a}}$ の1点を除きすべて覆いつくす. ここで L_q は原点 O とベクトル q を含む直線 $\{z \in R^m \mid z = tq,\ t \in R\}$ である.

5. 集計の効果

前節の①〜③いずれかの意味において選好分布が拡散的であるときに, 選好分布は拡散的であるとよぶことにする.

定理2. パラメトリック経済 $(\mathcal{E}, \nu)$ の選好分布が拡散的ならば, 需要集合 $D(\succ_a, e_a, p)$ に属する財ベクトルは, ν-殆ど到る所一意的であり, したがって, 総需要

$$\Phi_{\mathcal{E},\nu}(p) = \int D(\mathcal{E}(a), p)\, d\nu$$

は関数となる.

定理3．パラメトリック経済 $(\mathcal{E},\nu)$ の選好・初期保有量分布 $\mu_{\succsim,e}$ が $\mu_{\succsim,e} \ll \mu_{\succsim}\otimes\mu_e$ を満たし，初期保有量分布 μ_e，選好分布 $\mu_{\succsim}$ がともに拡散的であるとする．このとき，総需要 $\Phi_{\mathcal{E},\nu}: R^{\ell}_{++} \to R$ は連続関数となる．

選好分布の拡散性，例えば，Sondermann の条件，が満たされていても総需要の可微分性を得ることは一般にできない．第1節の簡単な例が示すように，総需要の導関数には ν-測度の零集合が影響を与えており，これが問題を困難にしている．紙数の関係上，分布経済の視点からのジェネリシティー・アプローチについて詳しく触れることはできないが，分布経済については次の点が知られている．

(1). $\mathcal{M} \subset \mathcal{M}(\mathcal{P}\times R^{\ell}_{+})$ を選好分布の台が $X=R^{\ell}_{+}$，選好 $\succsim$ が単調性を満たす（つまり，$x\neq y,\ x\geqq y \Rightarrow x\succ y$）ような選好関係の集合に含まれる分布経済の集合とする．このとき，$\mathcal{M}$ の中で $\mathcal{M}^{*}\equiv\{\mu\in\mathcal{M} \mid$ 総需要 Φ_{μ} は連続関数$\}$ は完備空間 $\mathcal{M}$ の中の残留(Baire)集合となる．

(2) 任意の $\mu\in\mathcal{M}^{**}$ に対し，分布経済 μ の総需要 Φ_{μ} が C^r 級写像になるような稠密集合 $\mathcal{M}^{**}\subset\mathcal{M}$ が存在する．

(1), (2)の結果はいずれも満足の行くような形にはなっていない．特に，(2)の場合は，可微分な総需要を持つという性質が「ジェネリックな性質」であることを示すに至っていない．

また，初期保有量・選好分布に関する「拡散性」以外の分布に関する諸性質が総需要関数の形状にいかなる制約をもたらすかについても多くは未解決の問題として残されている．

文　献

Araujo, A., and A. Mas-Colell, 1978, Notes on the smoothing of aggregate demand, Jour. of Math. Econ. 5, 113-127.

Dierker, E., H. Dierker, and W. Trockel, 1980, Continuous mean demand function derived from nonconvex preferences, Jour. of Math. Econ. 7, 27-34.

Sondermann, D., 1975, Smoothing by aggregation, Jour. of Math. Econ. 1975, 201-223.

Yamazaki, A., 1979, Continuously dispersed preferences, regular preference-endowment distribution, and mean demand function, in: General Equilibrium, Growth and Trade, Academic Press.

山崎　昭，1986，『数理経済学の基礎』(創文社).